W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\frac{7^6 \cdot 6^7}{42^6}$ jest równa

A. 42^{36} **B.** 42^7 **C.** 6 **D.** 1

Zadanie 2. (0–1)

Cenę pewnego towaru podwyższono o 20%, a następnie nową cenę tego towaru podwyższono o 30%. Takie dwie podwyżki ceny tego towaru można zastąpić równoważną im jedną podwyżką

A. o 50% **B.** o 56% **C.** o 60% **D.** o 66%

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ jest równa

A. $\sqrt[6]{3}$ **B.** $\sqrt[4]{3}$ **C.** $\sqrt[3]{3}$ **D.** $\sqrt{3}$

Zadanie 4. (0–1)

Różnica $50001^2 - 49999^2$ jest równa

A. $2\,000\,000$ **B.** $200\,000$ **C.** $20\,000$ **D.** 4

Zadanie 5. (0–1)

Najmniejsza wartość wyrażenia $(x-y)(x+y)$ dla $x, y \in \{2,3,4\}$ jest równa

A. 2 **B.** -24 **C.** 0 **D.** -12

Zadanie 6. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_3 \frac{3}{2} + \log_3 \frac{2}{9}$ jest równa

A. -1 **B.** -2 **C.** $\log_3 \frac{5}{11}$ **D.** $\log_3 \frac{31}{18}$

Zadanie 7. (0–1)

Spośród liczb, które są rozwiązaniami równania $(x-8)(x^2-4)(x^2+16)=0$, wybrano największą i najmniejszą. Suma tych dwóch liczb jest równa

A. 12 **B.** 10 **C.** 6 **D.** 4

Zadanie 8. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x-7}{x}=5$, gdzie $x\neq 0$, jest liczba należąca do przedziału

A. $(-\infty,-2)$ **B.** $\langle -2,-1)$ **C.** $\langle -1, 0)$ **D.** $(0,+\infty)$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x)=\frac{2x^3}{x^4+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wtedy liczba $f(-\sqrt{2})$ jest równa

A. $-\frac{8}{5}$ **B.** $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ **C.** $-\frac{4\sqrt{2}}{5}$ **D.** $-\frac{4}{3}$

Zadanie 10. (0–1)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x)=-2(x+5)(x-11)$. Wskaż maksymalny przedział, w którym funkcja f jest rosnąca.

A. $(-\infty,3\rangle$ **B.** $(-\infty,5\rangle$ **C.** $(-\infty,11\rangle$ **D.** $\langle 6,+\infty)$

Zadanie 11. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n=6(n-16)$ dla $n\geq 1$. Suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

A. -54 **B.** -126 **C.** -630 **D.** -270

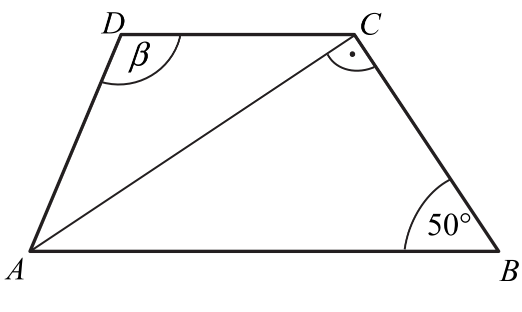
Zadanie 12. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), w którym $a_1=72$ i $a_4=9$. Iloraz q tego ciągu jest równy

A. $q=\frac{1}{2}$ **B.** $q=\frac{1}{6}$ **C.** $q=\frac{1}{4}$ **D.** $q=\frac{1}{8}$

Zadanie 13. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym przekątna AC jest prostopadła do ramienia BC, $|AD|=|DC|$ oraz $|\sphericalangle ABC|=50^\circ$ (zobacz rysunek).

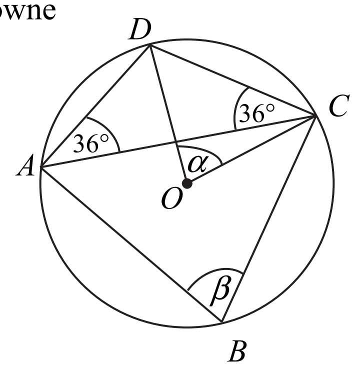


Stąd wynika, że

A. $\beta=100^\circ$ **B.** $\beta=120^\circ$ **C.** $\beta=110^\circ$ **D.** $\beta=130^\circ$

Zadanie 14. (0–1)

Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek). Miary zaznaczonych kątów α i β są odpowiednio równe



A. $\alpha = 36°, \beta = 72°$ **B.** $\alpha = 54°, \beta = 72°$

C. $\alpha = 36°, \beta = 108°$ **D.** $\alpha = 72°, \beta = 72°$

Zadanie 15. (0–1)

Słoń waży 5 ton, a waga mrówki jest równa 0,5 grama. Ile razy słoń jest cięższy od mrówki?

A. 10^6 **B.** 10^7 **C.** 10 **D.** 10^8

Zadanie 16. (0–1)

Każde z ramion trójkąta równoramiennego ma długość 20. Kąt zawarty między ramionami tego trójkąta ma miarę $150°$. Pole tego trójkąta jest równe

A. 100 **B.** 200 **C.** $100\sqrt{3}$ **D.** $100\sqrt{2}$

Zadanie 17. (0–1)

Prosta określona wzorem $y = ax + 1$ jest symetralną odcinka AB, gdzie $A = (-3, 2)$ i $B = (1, 4)$. Wynika stąd, że

A. $a = -\frac{1}{2}$ **B.** $a = \frac{1}{2}$ **C.** $a = -2$ **D.** $a = 2$

Zadanie 18. (0–1)

Układ równań $\begin{cases} y=-ax+2a \\ y=\frac{b}{3}x-2 \end{cases}$ nie ma rozwiązań dla

A. $a=-1$ i $b=-3$

B. $a=1$ i $b=3$

C. $a=1$ i $b=-3$

D. $a=-1$ i $b=3$

Zadanie 19. (0–1)

Do pewnej liczby a dodano 54. Otrzymaną sumę podzielono przez 2. W wyniku tego działania otrzymano liczbę dwa razy większą od liczby a. Zatem

A. $a=27$ **B.** $a=18$ **C.** $a=24$ **D.** $a=36$

Zadanie 20. (0–1)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$. Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. Miara kąta ASC jest równa

A. $45°$ **B.** $30°$ **C.** $75°$ **D.** $90°$

Zadanie 21. (0–1)

Rzucamy trzy razy symetryczną monetą. Niech p oznacza prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie jednego orła w tych trzech rzutach. Wtedy

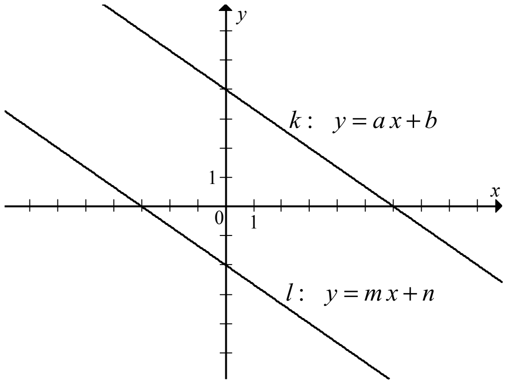
A. $0\le p<0,25$ **B.** $0,25\le p\le 0,4$ **C.** $0,4<p\le 0,5$ **D.** $p>0,5$

Zadanie 22. (0–1)

Średnia arytmetyczna czterech liczb: $x-1$, $3x$, $5x+1$ i $7x$ jest równa 72. Wynika stąd, że

A. $x=9$ **B.** $x=10$ **C.** $x=17$ **D.** $x=18$

Zadanie 23. (0–1)
Na rysunku przedstawione są dwie proste równoległe k i l o równaniach $y = ax + b$ oraz $y = mx + n$. Początek układu współrzędnych leży między tymi prostymi.



Zatem

A. $a \cdot m > 0$ i $b \cdot n > 0$

B. $a \cdot m > 0$ i $b \cdot n < 0$

C. $a \cdot m < 0$ i $b \cdot n > 0$

D. $a \cdot m < 0$ i $b \cdot n < 0$

Zadanie 24. (0–1)
Dane są dwie sumy algebraiczne $3x^3 - 2x$ oraz $-3x^2 - 2$. Iloczyn tych sum jest równy

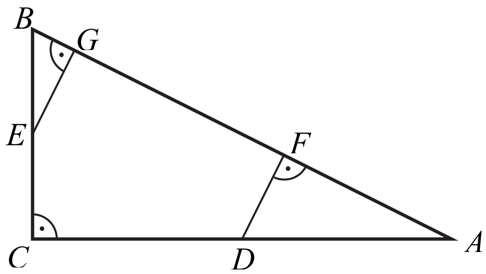
A. $-9x^5 + 4x$

B. $-9x^6 + 6x^3 - 6x^2 + 4x$

C. $-9x^5 + 6x^3 - 6x^2 + 4x$

D. $-9x^6 + 4x$

Zadanie 25. (0–1)
Punkty D i E są środkami przyprostokątnych AC i BC trójkąta prostokątnego ABC. Punkty F i G leżą na przeciwprostokątnej AB tak, że odcinki DF i EG są do niej prostopadłe (zobacz rysunek). Pole trójkąta BGE jest równe 1, a pole trójkąta AFD jest równe 4.



Zatem pole trójkąta ABC jest równe

A. 12

B. 16

C. 18

D. 20

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż równanie $\frac{2x+1}{2x}=\frac{2x+1}{x+1}$, gdzie $x \neq -1$ i $x \neq 0$.

Zadanie 27. (0–2)

Dane są proste o równaniach $y=x+2$ oraz $y=-3x+b$, które przecinają się w punkcie leżącym na osi *Oy* układu współrzędnych. Oblicz pole trójkąta, którego dwa boki zawierają się w danych prostych, a trzeci jest zawarty w osi *Ox*.

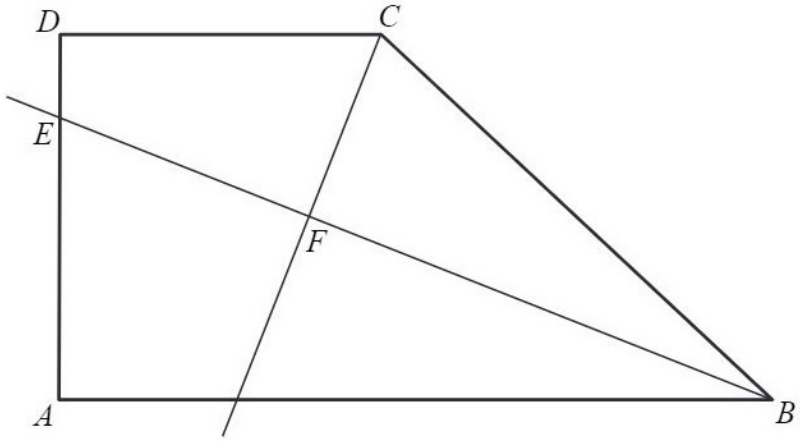
Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$x^4+y^4+x^2+y^2 \geq 2\left(x^3+y^3\right).$$

Zadanie 29. (0–2)

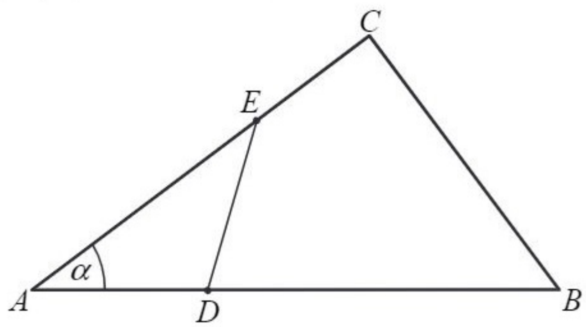
Dany jest trapez prostokątny *ABCD* o podstawach *AB* i *CD* oraz wysokości *AD*. Dwusieczna kąta *ABC* przecina ramię *AD* w punkcie *E* oraz dwusieczną kąta *BCD* w punkcie *F* (zobacz rysunek).



Wykaż, że w czworokącie *CDEF* sumy miar przeciwległych kątów są sobie równe.

Zadanie 30. (0–4)

W trójkącie *ABC* dane są długości boków $|AB|=15$ i $|AC|=12$ oraz $\cos\alpha=\frac{4}{5}$, gdzie $\alpha=\sphericalangle BAC$. Na bokach *AB* i *AC* tego trójkąta obrano punkty odpowiednio *D* i *E* takie, że $|BD|=2|AD|$ i $|AE|=2|CE|$ (zobacz rysunek).



Oblicz pole

a) trójkąta *ADE*.

b) czworokąta *BCED*.

Zadanie 31. (0–5)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1+a_2+a_3+a_4=2016$ oraz $a_5+a_6+a_7+...+a_{12}=2016$. Oblicz pierwszy wyraz, różnicę oraz najmniejszy dodatni wyraz ciągu (a_n).

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest stożek o objętości 8π, w którym stosunek wysokości do promienia podstawy jest równy $3:8$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego stożka.

Zadanie 33. (0–4)

Rejsowy samolot z Warszawy do Rzymu przelatuje nad Austrią każdorazowo tą samą trasą z taką samą zakładaną prędkością przelotową. We wtorek jego średnia prędkość była o 10% większa niż prędkość przelotowa, a w czwartek średnia prędkość była o 10% mniejsza od zakładanej prędkości przelotowej. Czas przelotu nad Austrią w czwartek różnił się od wtorkowego o 12 minut. Jak długo trwał przelot tego samolotu nad Austrią we wtorek?