

W każdym z zadań od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Dla $x = \frac{2}{\sqrt{2}} + 1$ oraz $y = \sqrt{2} - 1$ wartość wyrażenia $x^2 - 2xy + y^2$ jest równa

- A. 4 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Zadanie 2. (0–1)

Dane są liczby: $a = \log_{\frac{1}{2}} 8$, $b = \log_4 8$, $c = \log_4 \frac{1}{2}$. Liczby te spełniają warunek

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $b > c > a$

Zadanie 3. (0–1)

Wskaż liczbę spełniającą nierówność $(4 - x)(x + 3)(x + 4) > 0$.

- A. 5 B. 16 C. -4 D. -2

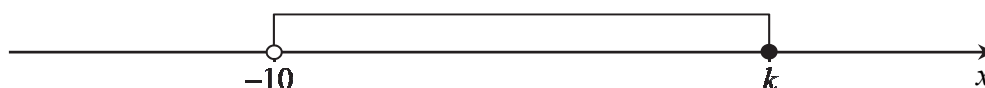
Zadanie 4. (0–1)

Po dwukrotnej obniżce, za każdym razem o 10% w stosunku do ceny obowiązującej w chwili obniżki, komputer kosztuje 1944 złote. Stąd wynika, że przed tymi obniżkami ten komputer kosztował

- A. 2200 złotych. B. 2300 złotych. C. 2400 złotych. D. 3000 złotych.

Zadanie 5. (0–1)

Na rysunku przedstawiony jest przedział $(-10, k)$, gdzie k jest liczbą całkowitą. Suma wszystkich liczb całkowitych należących do tego przedziału jest równa 21.



Stąd wynika, że

- A. $k = 9$ B. $k = 11$ C. $k = 21$ D. $k = 31$

Zadanie 6. (0–1)

Równanie $x - \frac{1}{2x+1} = 0$

- A. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
- B. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste.
- C. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
- D. nie ma rozwiązań.

Zadanie 7. (0–1)

Liczbę $\frac{224}{1111}$ można zapisać w postaci nieskończonego ułamka dziesiętnego okresowego. Dwudziestą cyfrą po przecinku jego rozwinięcia jest

- A. 2 B. 0 C. 1 D. 6

Zadanie 8. (0–1)

Liczba $\frac{8^{20} - 2 \cdot 4^{20}}{2^{20} \cdot 4^{10}}$ jest równa

- A. 0 B. $2^{20} - 2$ C. 2^{19} D. $4 - 2^{10}$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -2(x+2)^{-1}(x-3)^2$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq -2$. Wartość funkcji f dla argumentu 2 jest równa

- A. -8 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 8

Zadanie 10. (0–1)

Największą wartością funkcji $y = -(x-2)^2 + 4$ w przedziale $\langle 3, 5 \rangle$ jest

- A. 4 B. 3 C. 0 D. 5

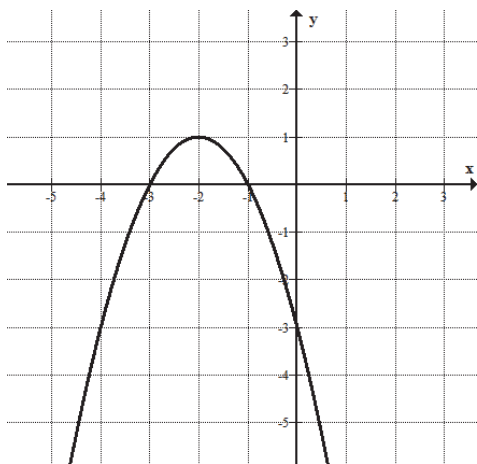
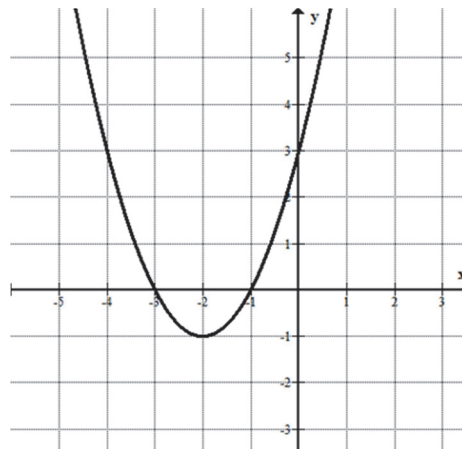
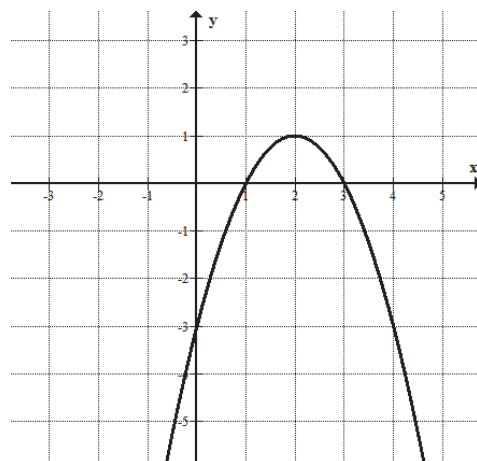
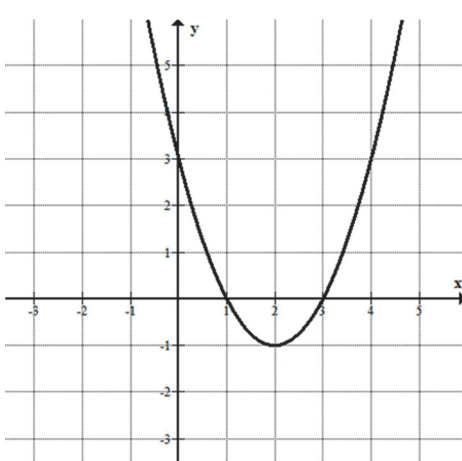
Zadanie 11. (0–1)

Funkcja liniowa $f(x) = (1-m^2)x + m - 1$ nie ma miejsc zerowych dla

- A. $m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = -1$ D. $m = -2$

Zadanie 12. (0–1)

Na jednym z rysunków przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej określonej wzorem $f(x) = -(x-1)(3-x)$. Wskaż ten rysunek.

A.**B.****C.****D.****Zadanie 13. (0–1)**

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) określonego dla $n \geq 1$ są dodatnie i $3a_2 = 2a_3$. Stąd wynika, że iloraz q tego ciągu jest równy

A. $q = \frac{2}{3}$

B. $q = \frac{3}{2}$

C. $q = 6$

D. $q = 5$

Zadanie 14. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony wzorem $a_n = 16 - \frac{1}{2} \cdot n$ dla każdej liczby całkowitej $n \geq 1$. Różnica r tego ciągu jest równa

- A. $r = -16$ B. $r = -\frac{1}{2}$ C. $r = -\frac{1}{32}$ D. $r = 15\frac{1}{2}$

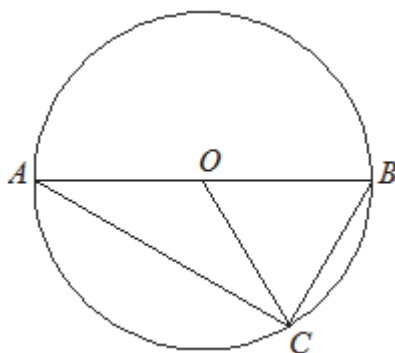
Zadanie 15. (0–1)

Liczba $1 - \tan 40^\circ$ jest

- A. ujemna.
B. dodatnia, ale mniejsza od 0,1.
C. większa od 0,1, ale mniejsza od 0,5.
D. większa od 0,5.

Zadanie 16. (0–1)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku O i promieniu r . Na tym okręgu wybrano punkt C , taki, że $|OB| = |BC|$ (zobacz rysunek).



Pole trójkąta AOC jest równe

- A. $\frac{1}{2}r^2$ B. $\frac{1}{4}r^2$ C. $\frac{\pi}{4}r^2$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$

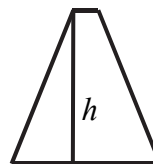
Zadanie 17. (0–1)

Okrąg o środku $S_1 = (2, 1)$ i promieniu r oraz okrąg o środku $S_2 = (5, 5)$ i promieniu 4 są styczne zewnętrznie. Wtedy

- A. $r = 1$ B. $r = 2$ C. $r = 3$ D. $r = 4$

Zadanie 18. (0–1)

Długości boków trapezu równoramiennego są równe 12, 13, 2, 13.



Wysokość h tego trapezu jest równa

- A. 5 B. 8 C. 10 D. 12

Zadanie 19. (0–1)

Miary kątów pewnego czworokąta pozostają w stosunku 2:3:3:4. Wynika stąd, że najmniejszy kąt tego czworokąta ma miarę

- A. 60° B. 50° C. 40° D. 30°

Zadanie 20. (0–1)

Dany jest walec, w którym wysokość jest równa promieniowi podstawy. Objętość tego walca jest równa 27π . Wynika stąd, że promień podstawy tego walca jest równy

- A. 9 B. 6 C. 3 D. 2

Zadanie 21. (0–1)

Stożek o promieniu podstawy r i kula o tym samym promieniu mają równe objętości. Tangens kąta między tworzącą i płaszczyzną podstawy tego stożka jest równy

- A. $\frac{4}{3}$ B. 12 C. $\sqrt{17}$ D. 4

Zadanie 22. (0–1)

Wśród 100 osób przeprowadzono ankietę, w której zadano pytanie o liczbę książek przeczytanych w ostatnim roku. Wyniki ankiety zebrano w poniższej tabeli.

Liczba książek	0	1	2	3	4	5
Liczba osób	23	14	28	17	11	7

Średnia liczba przeczytanych książek przez jedną ankietowaną osobę jest równa

- A. 0,5 B. 1 C. 2 D. 2,5

Zadanie 23. (0–1)

Gdy dodamy liczbę wszystkich krawędzi pewnego graniastosłupa do liczby wszystkich jego wierzchołków, to otrzymamy w wyniku 15. Liczba wszystkich krawędzi tego graniastosłupa jest równa

- A. 9 B. 7 C. 6 D. 5

Zadanie 24. (0–1)

Liczba wszystkich dodatnich liczb czterocyfrowych parzystych, w których zapisie nie występują cyfry 0 i 2, jest równa

- A. $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 3$ B. $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 3$ C. $8 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 4$ D. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4$

Zadanie 25. (0–1)

W pudełku znajdują się dwie kule: czarna i biała. Czterokrotnie losujemy ze zwracaniem jedną kulę z tego pudełka. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie trzy razy w czterech losowaniach wyciągniemy kulę koloru białego, jest równe

- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $2x(1-x)+1-x < 0$.

Zadanie 27. (0–2)

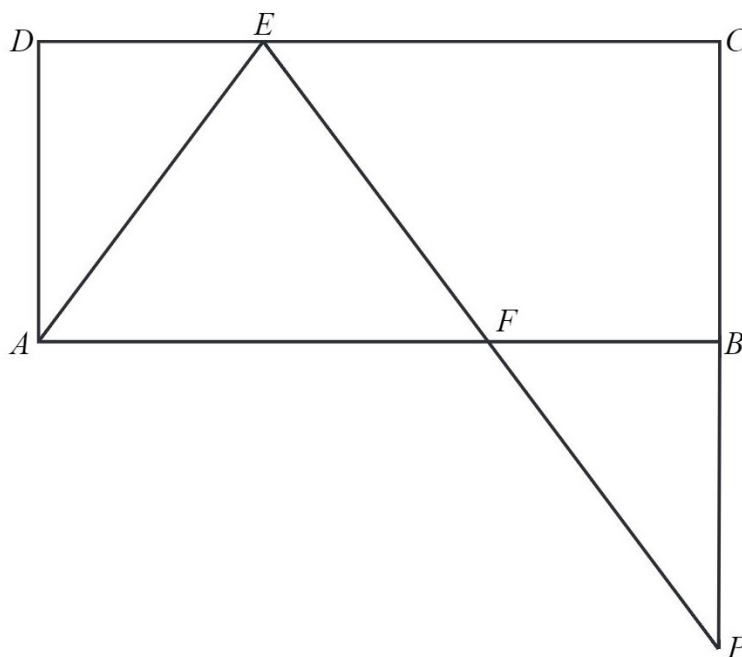
Wykresem funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = x^2 + bx + c$ jest parabola, na której leży punkt $A = (0, -5)$. Oś symetrii tej paraboli jest prosta o równaniu $x = 7$. Oblicz wartości współczynników b i c .

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że reszta z dzielenia sumy kwadratów czterech kolejnych liczb naturalnych przez 8 jest równa 6.

Zadanie 29. (0–2)

Dany jest prostokąt $ABCD$. Na boku CD tego prostokąta wybrano taki punkt E , że $|EC| = 2|DE|$, a na boku AB wybrano taki punkt F , że $|BF| = |DE|$. Niech P oznacza punkt przecięcia prostej EF z prostą BC (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąty AED i FPB są przystające.

**Zadanie 30. (0–2)**

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$.

Zadanie 31. (0–2)

Rzucamy cztery razy symetryczną monetą. Po przeprowadzonym doświadczeniu zapisujemy liczbę uzyskanych orłów (od 0 do 4) i liczbę uzyskanych reszek (również od 0 do 4). Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że w tych czterech rzutach liczba uzyskanych orłów będzie większa niż liczba uzyskanych reszek.

Zadanie 32. (0–5)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości $H = 16$. Cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

Zadanie 33. (0–4)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla liczb naturalnych $n \geq 1$, wyraz szósty jest liczbą dwa razy większą od wyrazu piątego, a suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $S_{10} = \frac{15}{4}$. Oblicz wyraz pierwszy oraz różnicę tego ciągu.

Zadanie 34. (0–4)

Punkty $A = (-1, 1)$ i $C = (1, 9)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Podstawa AB tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. Oblicz współrzędne wierzchołka B tego trójkąta.