W każdym z zadań od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_{\sqrt{7}} 7$ jest równa

A. 2 **B.** 7 **C.** $\sqrt{7}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie 2. (0–1)

Kwadrat liczby $8-3\sqrt{7}$ jest równy

A. $127+48\sqrt{7}$ **B.** $127-48\sqrt{7}$ **C.** $1-48\sqrt{7}$ **D.** $1+48\sqrt{7}$

Zadanie 3. (0–1)

Jeżeli 75% liczby a jest równe 177 i 59% liczby b jest równe 177, to

A. $b-a=26$ **B.** $b-a=64$ **C.** $a-b=26$ **D.** $a-b=64$

Zadanie 4. (0–1)

Równanie $x(5x+1)=5x+1$ ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie: $x=1$.

B. dwa rozwiązania: $x=1$ i $x=-1$.

C. dwa rozwiązania: $x=-\frac{1}{5}$ i $x=1$.

D. dwa rozwiązania: $x=\frac{1}{5}$ i $x=-1$.

Zadanie 5. (0–1)

Para liczb $x=3$ i $y=1$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} -x+12y=a^2 \\ 2x+ay=9 \end{cases}$ dla

A. $a=\frac{7}{3}$ **B.** $a=-3$ **C.** $a=3$ **D.** $a=-\frac{7}{3}$

Zadanie 6. (0–1)

Równanie $\frac{(x-2)(x+4)}{(x-4)^2}=0$ ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie: $x=2$.

B. jedno rozwiązanie: $x=-2$.

C. dwa rozwiązania: $x=2, x=-4$.

D. dwa rozwiązania: $x=-2, x=4$.

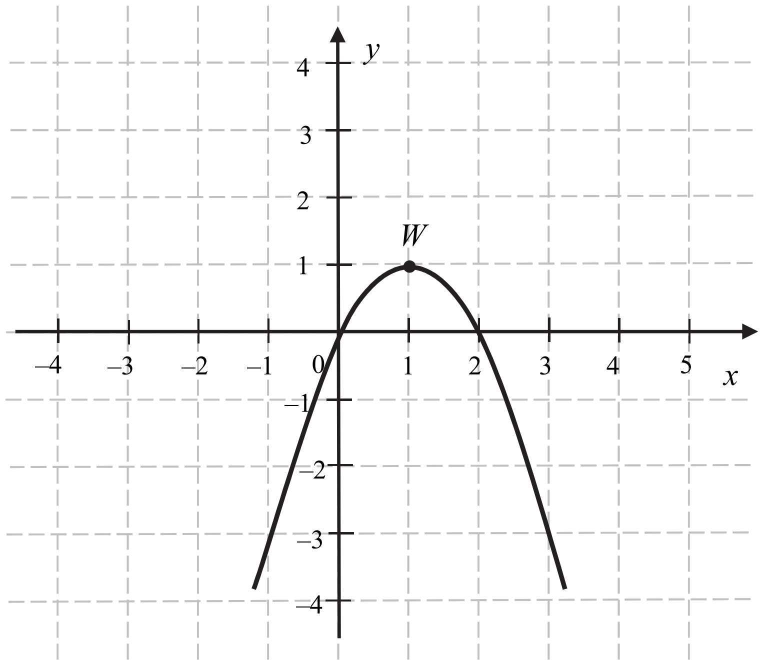
Zadanie 7. (0–1)

Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x)=9-(3-x)^2$ są liczby

A. 0 oraz 3 **B.** -6 oraz 6 **C.** 0 oraz -6 **D.** 0 oraz 6

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej g. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(1,1)$.



Zbiorem wartości funkcji g jest przedział

A. $(-\infty, 0\rangle$ **B.** $\langle 0, 2\rangle$ **C.** $\langle 1, +\infty)$ **D.** $(-\infty, 1\rangle$

Zadanie 9. (0–1)

Liczbą większą od 5 jest

A. $\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$ **B.** $\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{5}}$ **C.** $125^{\frac{2}{3}}$ **D.** $125^{\frac{1}{3}}$

Zadanie 10. (0–1)

Punkt $A=(a, 3)$ leży na prostej określonej równaniem $y=\frac{3}{4}x+6$. Stąd wynika, że

A. $a=-4$ **B.** $a=4$ **C.** $a=\frac{33}{4}$ **D.** $a=\frac{39}{4}$

Zadanie 11. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = -11$ i $a_9 = 5$. Suma dziewięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

A. -24 **B.** -27 **C.** -16 **D.** -18

Zadanie 12. (0–1)

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, są liczbami dodatnimi. Drugi wyraz tego ciągu jest równy 162, a piąty wyraz jest równy 48. Oznacza to, że iloraz tego ciągu jest równy

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{3}{4}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie 13. (0–1)

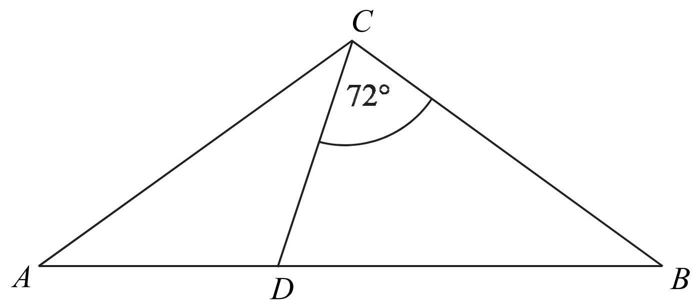
Cosinus kąta ostrego α jest równy $\frac{12}{13}$. Wtedy

A. $\sin\alpha = \frac{13}{12}$ **B.** $\sin\alpha = \frac{1}{13}$ **C.** $\sin\alpha = \frac{5}{13}$ **D.** $\sin\alpha = \frac{25}{169}$

Zadanie 14. (0–1)

Dany jest trójkąt równoramienny *ABC*, w którym $|AC| = |BC|$. Na podstawie *AB* tego trójkąta leży punkt *D*, taki że $|AD| = |CD|$, $|BC| = |BD|$ oraz $\sphericalangle BCD = 72^\circ$ (zobacz rysunek). Wynika stąd, że kąt *ACD* ma miarę

A. 38°
B. 36°
C. 42°
D. 40°



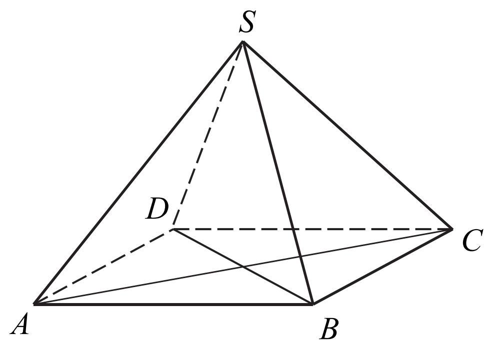
Zadanie 15. (0–1)

Okrąg, którego środkiem jest punkt $S = (a, 5)$, jest styczny do osi *Oy* i do prostej o równaniu $y = 2$. Promień tego okręgu jest równy

A. 3 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 4

Zadanie 16. (0–1)
Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$ (zobacz rysunek). Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. Miara kąta SAC jest równa

A. $60°$ **B.** $45°$ **C.** $90°$ **D.** $75°$



Zadanie 17. (0–1)
Proste o równaniach $y=(4m+1)x-19$ oraz $y=(5m-4)x+20$ są równoległe, gdy

A. $m=5$ **B.** $m=-\frac{1}{4}$ **C.** $m=\frac{5}{4}$ **D.** $m=-5$

Zadanie 18. (0–1)
W układzie współrzędnych punkt $S=(40,40)$ jest środkiem odcinka KL, którego jednym z końców jest punkt $K=(0,8)$. Zatem

A. $L=(20,24)$
B. $L=(-80,-72)$
C. $L=(-40,-24)$
D. $L=(80,72)$

Zadanie 19. (0–1)
Punkt $P=(-6,-8)$, przekształcono najpierw w symetrii względem osi Ox, a potem w symetrii względem osi Oy. W wyniku tych przekształceń otrzymano punkt Q. Zatem

A. $Q=(6,8)$ **B.** $Q=(-6,-8)$ **C.** $Q=(8,6)$ **D.** $Q=(-8,-6)$

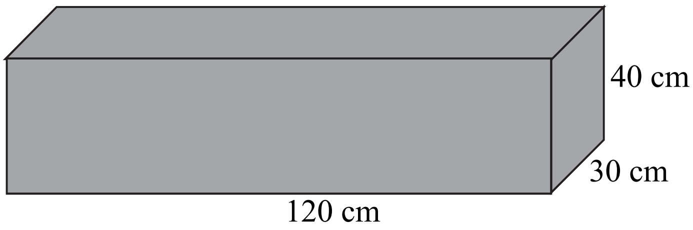
Zadanie 20. (0–1)
W układzie współrzędnych na płaszczyźnie danych jest 5 punktów: $A=(1,4)$, $B=(-5,-1)$, $C=(-5,3)$, $D=(6,-4)$, $P=(-30,-76)$.

Punkt P należy do tej samej ćwiartki układu współrzędnych co punkt

A. A **B.** B **C.** C **D.** D

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest prostopadłościan o wymiarach 30 cm × 40 cm × 120 cm (zobacz rysunek), a ponadto dane są cztery odcinki *a*, *b*, *c*, *d*, o długościach – odpowiednio – 119 cm, 121 cm, 129 cm i 131 cm.



Przekątna tego prostopadłościanu jest dłuższa

A. tylko od odcinka *a*.

B. tylko od odcinków *a* i *b*.

C. tylko od odcinków *a*, *b* i *c*.

D. od wszystkich czterech danych odcinków.

Zadanie 22. (0–1)

Pole powierzchni całkowitej pewnego stożka jest 3 razy większe od pola powierzchni pewnej kuli. Promień tej kuli jest równy 2 i jest taki sam jak promień podstawy tego stożka. Tworząca tego stożka ma długość równą

A. 12 **B.** 11 **C.** 24 **D.** 22

Zadanie 23. (0–1)

Średnia arytmetyczna dziesięciu liczb naturalnych 3, 10, 5, x, x, x, x, 12, 19, 7 jest równa 12. Mediana tych liczb jest równa

A. 14 **B.** 12 **C.** 16 **D.** x

Zadanie 24. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych parzystych, w których występują wyłącznie cyfry 1, 2, 3, jest

A. 54 **B.** 81 **C.** 8 **D.** 27

Zadanie 25. (0–1)

W grupie 60 osób (kobiet i mężczyzn) jest 35 kobiet. Z tej grupy losujemy jedną osobę. Prawdopodobieństwo wylosowania każdej osoby jest takie samo. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosujemy mężczyznę, jest równe

A. $\frac{1}{60}$ **B.** $\frac{1}{25}$ **C.** $\frac{7}{12}$ **D.** $\frac{5}{12}$

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż równanie $\left(x^2-16\right)\left(x^3-1\right)=0$.

Zadanie 27. (0–2)

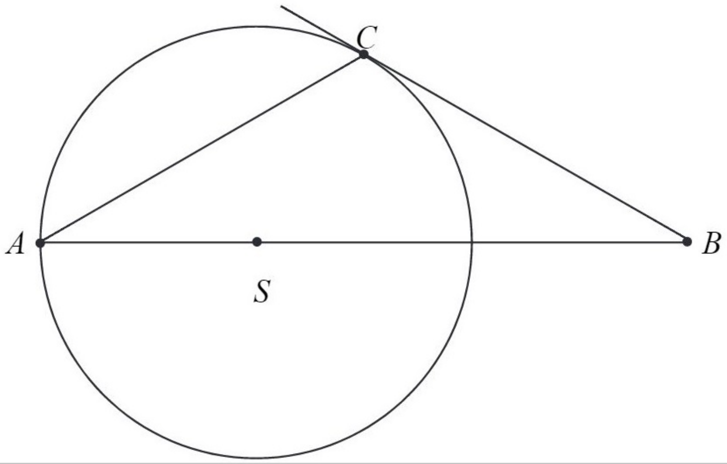
Rozwiąż nierówność $2x^2-5x+3\leq 0$.

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby dodatniej x prawdziwa jest nierówność $x+\frac{1-x}{x}\geq 1$.

Zadanie 29. (0–2)

Wierzchołki A i C trójkąta ABC leżą na okręgu o promieniu r, a środek S tego okręgu leży na boku AB trójkąta (zobacz rysunek). Prosta BC jest styczna do tego okręgu w punkcie C, a ponadto $|AC|=r\sqrt{3}$. Wykaż, że kąt ACB ma miarę 120°.



Zadanie 30. (0–2)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosowana liczba ma w zapisie dziesiętnym cyfrę dziesiątek, która należy do zbioru $\{1,3,5,7,9\}$, i jednocześnie cyfrę jedności, która należy do zbioru $\{0,2,4,6,8\}$.

Zadanie 31. (0–2)

Przekątne rombu $ABCD$ przecinają się w punkcie $S=\left(-\frac{21}{2},-1\right)$. Punkty A i C leżą na prostej o równaniu $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{2}$. Wyznacz równanie prostej BD.

Zadanie 32. (0–4)

W ciągu arytmetycznym $\left(a_1,a_2,\ldots,a_{39},a_{40}\right)$ suma wyrazów tego ciągu o numerach parzystych jest równa 1340, a suma wyrazów ciągu o numerach nieparzystych jest równa 1400. Wyznacz ostatni wyraz tego ciągu arytmetycznego.

Zadanie 33. (0–4)

Środek okręgu leży w odległości 10 cm od cięciwy tego okręgu. Długość tej cięciwy jest o 22 cm większa od promienia tego okręgu. Oblicz promień tego okręgu.

Zadanie 34. (0–5)

Długość krawędzi bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest równa 12. (zobacz rysunek). Krawędź boczna tworzy z wysokością tego ostrosłupa kąt α taki, że $\operatorname{tg}\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Oblicz objętość tego ostrosłupa.