

W każdym z zadań od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Wartość wyrażenia  $x^2 - 6x + 9$  dla  $x = \sqrt{3} + 3$  jest równa

- A. 1                                      B. 3                                      C.  $1 + 2\sqrt{3}$                                       D.  $1 - 2\sqrt{3}$

**Zadanie 2. (0–1)**

Liczba  $\frac{2^{50} \cdot 3^{40}}{36^{10}}$  jest równa

- A.  $6^{70}$                                       B.  $6^{45}$                                       C.  $2^{30} \cdot 3^{20}$                                       D.  $2^{10} \cdot 3^{20}$

**Zadanie 3. (0–1)**

Liczba  $\log_5 \sqrt{125}$  jest równa

- A.  $\frac{2}{3}$                                       B. 2                                      C. 3                                      D.  $\frac{3}{2}$

**Zadanie 4. (0–1)**

Cenę  $x$  pewnego towaru obniżono o 20% i otrzymano cenę  $y$ . Aby przywrócić cenę  $x$ , nową cenę  $y$  należy podnieść o

- A. 25%                                      B. 20%                                      C. 15%                                      D. 12%

**Zadanie 5. (0–1)**

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności  $3(1-x) > 2(3x-1) - 12x$  jest przedział

- A.  $\left(-\frac{5}{3}, +\infty\right)$                                       B.  $\left(-\infty, \frac{5}{3}\right)$                                       C.  $\left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$                                       D.  $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right)$

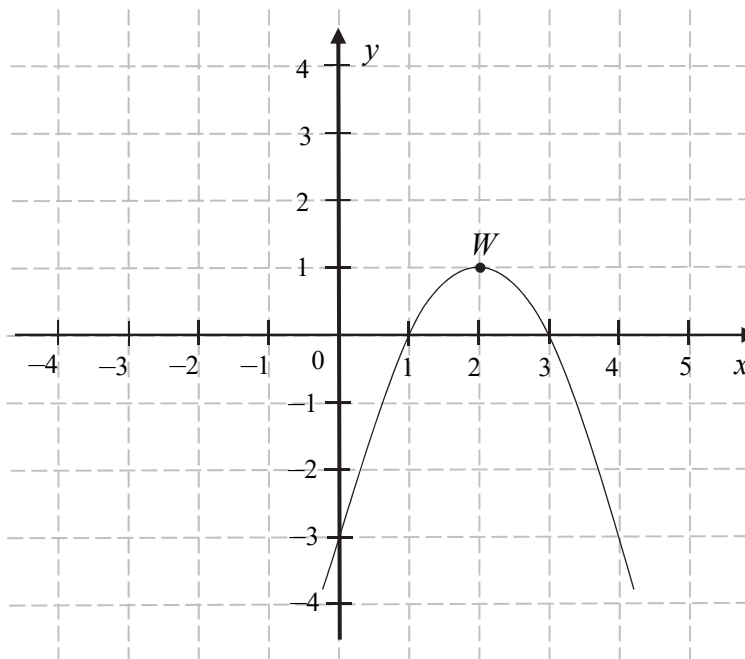
**Zadanie 6. (0–1)**

Suma wszystkich rozwiązań równania  $x(x-3)(x+2) = 0$  jest równa

- A. 0                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 3

**Informacja do zadań 7.–9.**

Funkcja kwadratowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = a(x-1)(x-3)$ . Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem tej funkcji. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt  $W = (2, 1)$ .

**Zadanie 7. (0–1)**

Współczynnik  $a$  we wzorze funkcji  $f$  jest równy

- A. 1                      B. 2                      C. -2                      D. -1

**Zadanie 8. (0–1)**

Największa wartość funkcji  $f$  w przedziale  $\langle 1, 4 \rangle$  jest równa

- A. -3                      B. 0                      C. 1                      D. 2

**Zadanie 9. (0–1)**

Oś symetrii paraboli będącej wykresem funkcji  $f$  jest prosta o równaniu

- A.  $x=1$                       B.  $x=2$                       C.  $y=1$                       D.  $y=2$

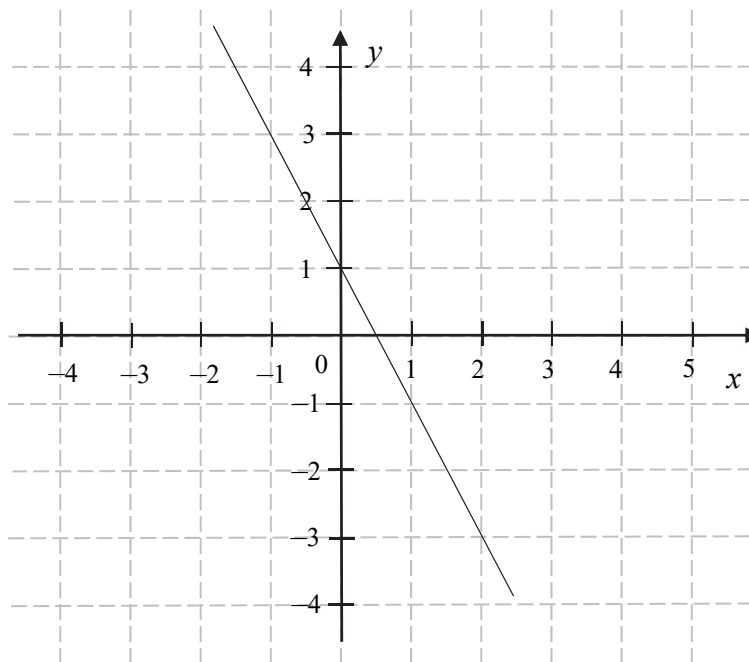
**Zadanie 10. (0–1)**

Równanie  $x(x-2) = (x-2)^2$  w zbiorze liczb rzeczywistych

- A. nie ma rozwiązań.
- B. ma dokładnie jedno rozwiązanie:  $x = 2$ .
- C. ma dokładnie jedno rozwiązanie:  $x = 0$ .
- D. ma dwa różne rozwiązania:  $x = 1$  i  $x = 2$ .

**Zadanie 11. (0–1)**

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji liniowej  $f$  określonej wzorem  $f(x) = ax + b$ .



Współczynniki  $a$  oraz  $b$  we wzorze funkcji  $f$  spełniają zależność

- A.  $a+b > 0$
- B.  $a+b = 0$
- C.  $a \cdot b > 0$
- D.  $a \cdot b < 0$

**Zadanie 12. (0–1)**

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = 4^{-x} + 1$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Liczba  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  jest równa

- A.  $\frac{1}{2}$
- B.  $\frac{3}{2}$
- C. 3
- D. 17

**Zadanie 13. (0–1)**

Proste o równaniach  $y = (m-2)x$  oraz  $y = \frac{3}{4}x + 7$  są równoległe. Wtedy

- A.  $m = -\frac{5}{4}$
- B.  $m = \frac{2}{3}$
- C.  $m = \frac{11}{4}$
- D.  $m = \frac{10}{3}$

**Zadanie 14. (0–1)**

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = 2n^2$  dla  $n \geq 1$ . Różnica  $a_5 - a_4$  jest równa

- A. 4                      B. 20                      C. 36                      D. 18

**Zadanie 15. (0–1)**

W ciągu arytmetycznym  $(a_n)$ , określonym dla  $n \geq 1$ , czwarty wyraz jest równy 3, a różnica tego ciągu jest równa 5. Suma  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$  jest równa

- A. -42                      B. -36                      C. -18                      D. 6

**Zadanie 16. (0–1)**

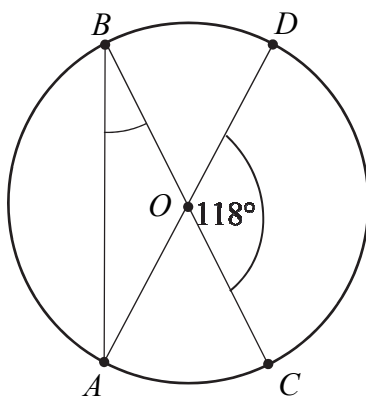
Punkt  $A = \left(\frac{1}{3}, -1\right)$  należy do wykresu funkcji liniowej  $f$  określonej wzorem  $f(x) = 3x + b$ .

Wynika stąd, że

- A.  $b = 2$                       B.  $b = 1$                       C.  $b = -1$                       D.  $b = -2$

**Zadanie 17. (0–1)**

Punkty  $A, B, C, D$  leżą na okręgu o środku w punkcie  $O$ . Kąt środkowy  $DOC$  ma miarę  $118^\circ$  (zobacz rysunek).



Miara kąta  $ABC$  jest równa

- A.  $59^\circ$                       B.  $48^\circ$                       C.  $62^\circ$                       D.  $31^\circ$

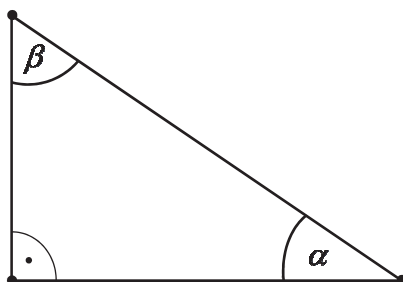
**Zadanie 18. (0–1)**

Prosta przechodząca przez punkty  $A = (3, -2)$  i  $B = (-1, 6)$  jest określona równaniem

- A.  $y = -2x + 4$                       B.  $y = -2x - 8$                       C.  $y = 2x + 8$                       D.  $y = 2x - 4$

**Zadanie 19. (0–1)**

Dany jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych  $\alpha$  i  $\beta$  (zobacz rysunek).



Wyrażenie  $2 \cos \alpha - \sin \beta$  jest równe

- A.  $2 \sin \beta$                       B.  $\cos \alpha$                       C. 0                      D. 2

**Zadanie 20. (0–1)**

Punkt  $B$  jest obrazem punktu  $A = (-3, 5)$  w symetrii względem początku układu współrzędnych. Długość odcinka  $AB$  jest równa

- A.  $2\sqrt{34}$                       B. 8                      C.  $\sqrt{34}$                       D. 12

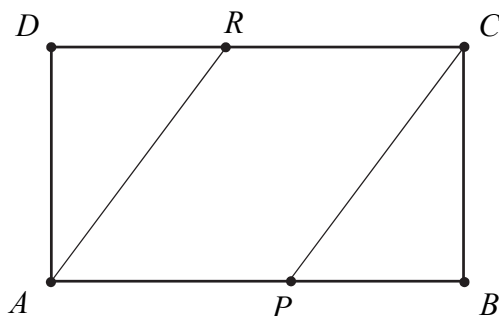
**Zadanie 21. (0–1)**

Ile jest wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych utworzonych z cyfr: 1, 3, 5, 7, 9, w których cyfry się nie powtarzają?

- A. 10                      B. 15                      C. 20                      D. 25

**Zadanie 22. (0–1)**

Pole prostokąta  $ABCD$  jest równe 90. Na bokach  $AB$  i  $CD$  wybrano – odpowiednio – punkty  $P$  i  $R$ , takie, że  $\frac{|AP|}{|PB|} = \frac{|CR|}{|RD|} = \frac{3}{2}$  (zobacz rysunek).



Pole czworokąta  $APCR$  jest równe

- A. 36                      B. 40                      C. 54                      D. 60

**Zadanie 23. (0–1)**

Cztery liczby: 2, 3,  $a$ , 8, tworzące zestaw danych, są uporządkowane rosnąco. Mediana tego zestawu czterech danych jest równa medianie zestawu pięciu danych: 5, 3, 6, 8, 2. Zatem

- A.  $a=7$                       B.  $a=6$                       C.  $a=5$                       D.  $a=4$

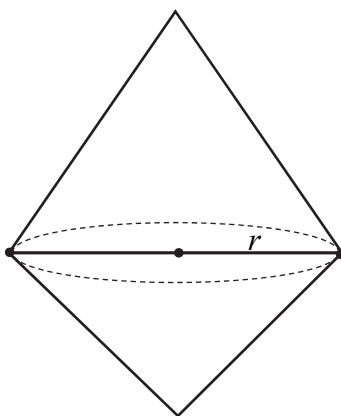
**Zadanie 24. (0–1)**

Przekątna sześcianu ma długość  $4\sqrt{3}$ . Pole powierzchni tego sześcianu jest równe

- A. 96                      B.  $24\sqrt{3}$                       C. 192                      D.  $16\sqrt{3}$

**Zadanie 25. (0–1)**

Dwa stożki o takich samych podstawach połączono podstawami w taki sposób jak na rysunku. Stosunek wysokości tych stożków jest równy 3 : 2. Objętość stożka o krótszej wysokości jest równa  $12 \text{ cm}^3$ .



Objętość bryły utworzonej z połączonych stożków jest równa

- A.  $20 \text{ cm}^3$                       B.  $30 \text{ cm}^3$                       C.  $39 \text{ cm}^3$                       D.  $52,5 \text{ cm}^3$

**Zadanie 26. (0–2)**

Rozwiąż nierówność  $2(x-1)(x+3) > x-1$ .

**Zadanie 27. (0–2)**

Rozwiąż równanie  $(x^2 - 1)(x^2 - 2x) = 0$ .

**Zadanie 28. (0–2)**

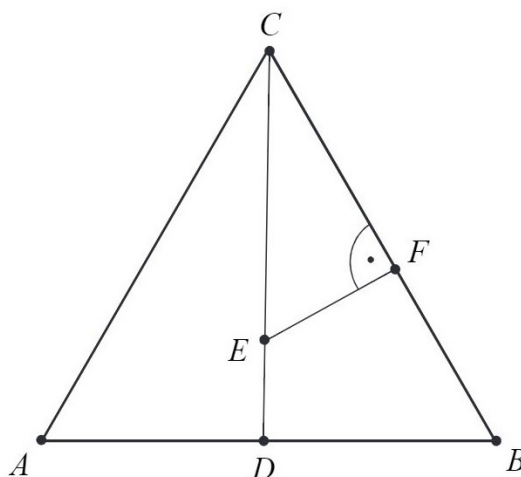
Wykaż, że dla każdych dwóch różnych liczb rzeczywistych  $a$  i  $b$  prawdziwa jest nierówność

$$a(a-2b) + 2b^2 > 0.$$

**Zadanie 29. (0–2)**

Trójkąt  $ABC$  jest równoboczny. Punkt  $E$  leży na wysokości  $CD$  tego trójkąta oraz  $|CE| = \frac{3}{4}|CD|$ .

Punkt  $F$  leży na boku  $BC$  i odcinek  $EF$  jest prostopadły do  $BC$  (zobacz rysunek).



Wykaż, że  $|CF| = \frac{9}{16}|CB|$ .

**Zadanie 30. (0–2)**

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ścianie ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  polegającego na tym, że co najmniej jeden raz wypadnie ścianka z pięcioma oczkami.

**Zadanie 31. (0–2)**

Kąt  $\alpha$  jest ostry i spełnia warunek  $\frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{\cos \alpha} = 4$ . Oblicz tangens kąta  $\alpha$ .

**Zadanie 32. (0–4)**

Dany jest kwadrat  $ABCD$ , w którym  $A = \left(5, -\frac{5}{3}\right)$ . Przekątna  $BD$  tego kwadratu jest zawarta

w prostej o równaniu  $y = \frac{4}{3}x$ . Oblicz współrzędne punktu przecięcia przekątnych  $AC$  i  $BD$  oraz pole kwadratu  $ABCD$ .

**Zadanie 33. (0–4)**

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego  $(a_n)$ , określonego dla  $n \geq 1$ , są dodatnie. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek  $6a_1 - 5a_2 + a_3 = 0$ . Oblicz iloraz  $q$  tego ciągu należący do przedziału  $\langle 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2} \rangle$ .

**Zadanie 34. (0–5)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny  $ABCD S$ , którego krawędź boczna ma długość 6 (zobacz rysunek). Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens jest równy  $\sqrt{7}$ . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

