

W każdym z zadań od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $(\sqrt{5} + 2\sqrt{3})^2$ jest równa

- A. 11 B. 17 C. $17 + 4\sqrt{15}$ D. $17 + 2\sqrt{15}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczbę $\sqrt[4]{9 \cdot \sqrt{3}}$ można zapisać w postaci

- A. $3^{\frac{5}{8}}$ B. $3^{\frac{11}{4}}$ C. $3^{\frac{1}{4}}$ D. $3^{\frac{9}{8}}$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $2\log 5 + 3\log 2$ jest równa

- A. $\log(2 \cdot 5) + \log(3 \cdot 2)$ B. $\log 2^5 + \log 3^2$
C. $2 \cdot 3\log(5 \cdot 2)$ D. $\log(5^2 \cdot 2^3)$

Zadanie 4. (0–1)

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\frac{5(4-x)}{2} < x$ jest liczba

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Zadanie 5. (0–1)

W zestawie 250 liczb występują jedynie liczby 4 i 2. Liczba 4 występuje 128 razy, a liczba 2 występuje 122 razy. Przyjęto przybliżenie średniej arytmetycznej zestawu tych wszystkich liczb do liczby 3. Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy

- A. 0,024 B. 0,24 C. 0,0024 D. 0,00024

Zadanie 6. (0–1)

Na początku miesiąca komputer kosztował 3 500 zł. W drugiej dekadzie tego miesiąca cenę komputera obniżono o 10%, a w trzeciej dekadzie cena tego komputera została jeszcze raz obniżona, tym razem o 15%. Innych zmian ceny tego komputera w tym miesiącu już nie było. Cena komputera na koniec miesiąca była równa

- A. 3 272,50 zł B. 2 625 zł
C. 2 677,50 zł D. 2 800 zł

Zadanie 7. (0–1)

Funkcje liniowe f i g określone wzorami $f(x) = -4x + 12$ i $g(x) = -2x + k + 3$ mają wspólne miejsce zerowe. Stąd wynika, że

- A. $k = -6$ B. $k = -3$ C. $k = 3$ D. $k = 6$

Zadanie 8. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = -(x + 9)^2 + m$ jest przedział $(-\infty, -5)$. Wtedy

- A. $m = 5$ B. $m = -5$ C. $m = -9$ D. $m = 9$

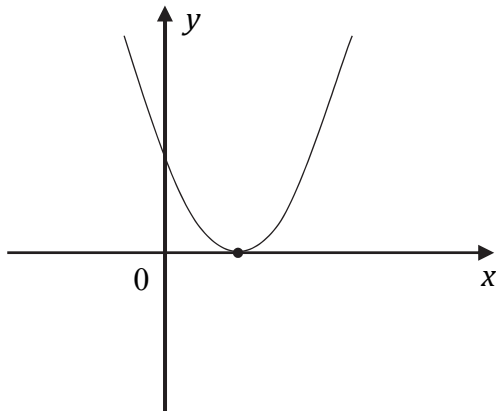
Zadanie 9. (0–1)

Ośią symetrii wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 7$ jest prosta o równaniu

- A. $x = -6$ B. $y = -6$ C. $x = -2$ D. $y = -2$

Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku poniżej przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Stąd wynika, że

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ c < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a < 0 \\ c > 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a > 0 \\ c < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ c > 0 \end{cases}$

Zadanie 11. (0–1)

Rozwiązaniem równania $\frac{x^2 - 3x}{x^2 + x} = 0$ jest liczba

- A. -3 B. 0 C. 3 D. 9

Zadanie 12. (0–1)

Do okręgu o środku w punkcie $S = (2, 4)$ należy punkt $P = (1, 3)$. Długość tego okręgu jest równa

- A. $4\pi\sqrt{2}$ B. $3\pi\sqrt{2}$ C. $2\pi\sqrt{2}$ D. $\pi\sqrt{2}$

Zadanie 13. (0–1)

Prosta l jest równoległa do prostej $y = -\frac{1}{2}x + 2$. Na prostej l leży punkt $P = (0, 7)$. Zatem równanie prostej l ma postać

- A. $y = 2x$ B. $y = 2x + 7$ C. $y = -\frac{1}{2}x$ D. $y = -\frac{1}{2}x + 7$

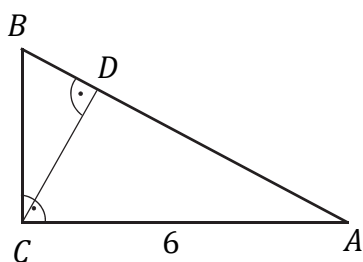
Zadanie 14. (0–1)

Punkt $S = (4, 8)$ jest środkiem odcinka PQ , którego koniec P leży na osi Oy , a koniec Q – na osi Ox . Wynika stąd, że

- A. $P = (0, 16)$ i $Q = (8, 0)$ B. $P = (0, 8)$ i $Q = (16, 0)$
C. $P = (0, 4)$ i $Q = (4, 0)$ D. $P = (0, 8)$ i $Q = (8, 0)$

Zadanie 15. (0–1)

Przyprostokątna AC trójkąta prostokątnego ABC ma długość 6, a wysokość CD dzieli go na dwa takie trójkąty ADC i CDB , że pole trójkąta ADC jest 4 razy większe od pola trójkąta CDB (zobacz rysunek).

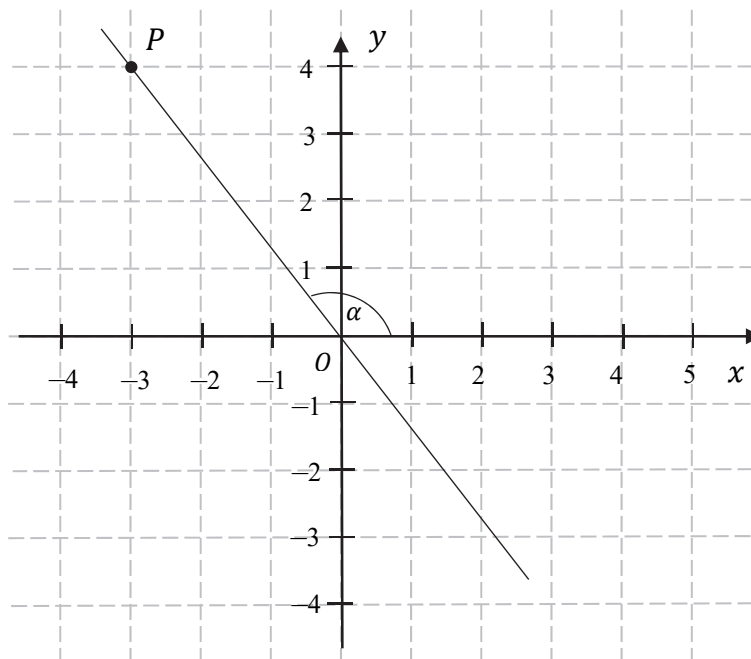


Przyprostokątna BC trójkąta prostokątnego ABC jest równa

- A. 1,5 B. 2 C. 2,5 D. 3

Zadanie 16. (0–1)

Punkty $P = (-3, 4)$ i $O = (0, 0)$ leżą na jednej prostej. Kąt α jest kątem nachylenia tej prostej do osi Ox (zobacz rysunek).



Wtedy tangens kąta α jest równy

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

Zadanie 17. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. Wtedy

- A. $\cos \alpha = \frac{5}{2\sqrt{5}}$ B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ D. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$

Zadanie 18. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, są dane dwa wyrazy: $a_1 = 2$ i $a_2 = 5$. Stąd wynika, że n -ty wyraz tego ciągu jest określony wzorem

- A. $a_n = 3n - 1$ B. $a_n = 3n + 2$ C. $a_n = 2n + 3$ D. $a_n = 2n - 1$

Zadanie 19. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ dla wszystkich liczb rzeczywistych x . Funkcja f dla argumentu $x = -3$ przyjmuje wartość

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{8}$ C. 6 D. 8

Zadanie 20. (0–1)

Wielkości x i y są odwrotnie proporcjonalne (tabela poniżej).

x	a	3	8
y	36	24	b

Stąd wynika, że

- A. $a = 6, b = 22,5$ B. $a = \frac{4}{3}, b = 6$ C. $a = 3, b = 96$ D. $a = 2, b = 9$

Zadanie 21. (0–1)

W prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie parę prostych prostopadłych opisują równania

- A. $y = 2x$ i $y = -\frac{1}{2}x$ B. $y = -2x$ i $y = \frac{1}{2}x$
C. $y = 2x$ i $y = \frac{1}{2}x$ D. $y = 2$ i $y = -2x$

Zadanie 22. (0–1)

Dane są punkty $A = (4, 1)$, $B = (1, 3)$, $C = (4, -1)$. Pole trójkąta ABC jest równe

- A. 3 B. 6 C. 8 D. 16

Zadanie 23. (0–1)

Ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych mniejszych od 2020 i podzielnych przez 4?

- A. 506 B. 505 C. 256 D. 255

Zadanie 24. (0–1)

Dane są graniastosłup i ostrosłup o takich samych podstawach. Liczba wszystkich wierzchołków tego graniastosłupa jest o 9 większa od liczby wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa. Podstawą każdej z tych brył jest

- A. dziewięciokąt. B. ośmiokąt.
C. osiemnastokąt. D. dziesięciokąt.

Zadanie 25. (0–1)

Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 12. Suma długości wszystkich krawędzi tego sześcianu jest równa

- A. $6\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $12\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{2}$

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$-2x^2 + 5x + 3 \leq 0.$$

Zadanie 27. (0–2)

Dany jest trzywyrazowy ciąg $(x + 2, 4x + 2, x + 11)$. Oblicz wszystkie wartości x , dla których ten ciąg jest geometryczny.

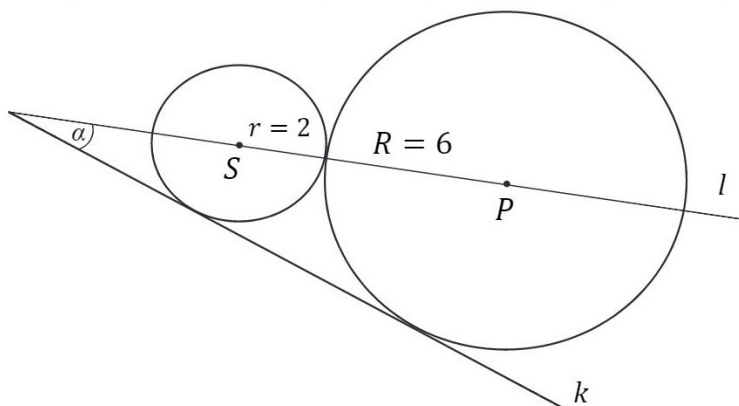
Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$a(a + b) + b^2 > 3ab.$$

Zadanie 29. (0–2)

Dwa okręgi o promieniach $r = 2$ i $R = 6$ są styczne zewnętrznie i są styczne do wspólnej prostej k . Wykaż, że prosta l przechodząca przez środki S i P tych okręgów przecina prostą k pod kątem $\alpha = 30^\circ$ (zobacz rysunek).

**Zadanie 30. (0–2)**

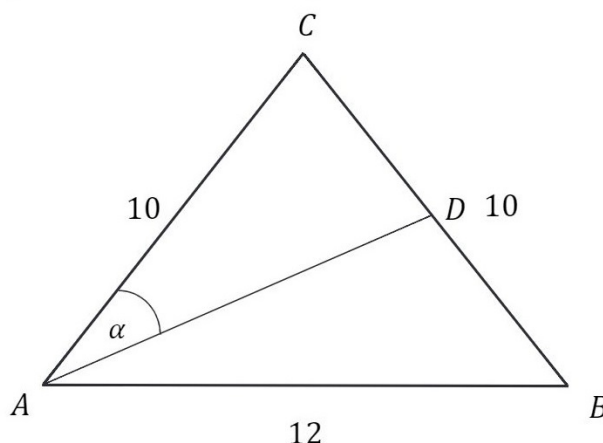
Rozwiąż równanie $(x^3 + 8)(x^2 - 9) = 0$.

Zadanie 31. (0–2)

W pudełku jest 8 kul, z czego 5 białych i 3 czarne. Do tego pudełka dołożono n kul białych. Doświadczenie polega na losowaniu jednej kuli z tego pudełka. Prawdopodobieństwo, że będzie to kula biała, jest równe $\frac{11}{12}$. Oblicz n .

Zadanie 32. (0–4)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym podstawa AB ma długość 12, a każde z ramion AC i BC ma długość równą 10. Punkt D jest środkiem ramienia BC (zobacz rysunek).



Oblicz sinus kąta α , jaki środkowa AD tworzy z ramieniem AC trójkąta ABC .

Zadanie 33. (0–4)

Pole powierzchni bocznej stożka jest trzy razy większe od pola jego podstawy. Wysokość tego stożka jest równa 12. Oblicz objętość tego stożka.

Zadanie 34. (0–5)

Prosta o równaniu $y = -2x + 7$ jest symetralną odcinka PQ , gdzie $P = (4, 5)$. Oblicz współrzędne punktu Q .